

Cercles I

I. On donne l'équation

$$x^2 + y^2 + 2ax + 2ay + b^2 = 0 \quad (1) \quad \text{où } a, b \in \mathbb{R}.$$

- a) Établir la relation qui lie a et b si (1) est l'équation d'un cercle.
- b) Soit $P(b; -b)$ où $b \neq 0$. Vérifier que, lorsque (1) est l'équation d'un cercle, P est à l'extérieur de ce cercle.
Établir l'équation de la polaire de $P(-b; b)$, avec $b \neq 0$, par rapport au cercle d'équation (1).

II. On considère les cercles (C_1, r_1) et (C_2, r_2) d'équations :

$$(C_1, r_1) : x^2 + y^2 = 1 \qquad (C_2, r_2) : x^2 + y^2 - 10x + 9 = 0.$$

- a) Représenter les deux cercles (unité 3 carrés). Vérifier que ces deux cercles sont tangents extérieurement.
- b) Par le point $P\left(-\frac{5}{3}; 0\right)$ on mène les tangentes (t_1) et (t_2) au cercle (C_2, r_2) .
Établir les équations de (t_1) et (t_2) .
Calculer l'angle de ces tangentes. Montrer que (t_1) et (t_2) sont aussi tangentes au cercle (C_1, r_1) .
- c) Établir les équations des cercles dont le centre $C(0; b)$ se trouve sur l'axe des ordonnées et qui sont tangents extérieurement simultanément au cercle (C_1, r_1) et au cercle (C_2, r_2) .