

Limites et continuité III

I. Calculer les limites suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow -\frac{3}{2}} \frac{-4x^3 - 5x^2 + 3x + 9}{4x^3 + 16x^2 + 21x + 9}$

b) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt[3]{4-x} + \sqrt[3]{2x}}{\sqrt{x+5} - 1}$

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{4x^2 + 3x + 1} + 2x$

II. Montrer, à partir de la définition, que

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x-2} = 2$

b) $\lim_{x \rightarrow 3} (-x^2 + 2x) = -3$

III. On donne la fonction f définie par

$$f(x) = \begin{cases} |x^2 - 5x + 6| & \text{si } x \geq 1 \\ -x^2 + a & \text{si } x < 1 \end{cases}$$

où a est un nombre réel.

- a) Étudier la continuité de f au point 1. Peut-on choisir a pour que f soit continue au point 1 ?
- b) Étudier la continuité de f au point $x_0 \neq 1$.
- c) Esquisser le graphe de f pour $a = 3$.

IV. On considère la fonction f définie par $f(x) = \lfloor x^2 \rfloor$, où $x \in [-1; 2]$.

- a) Étudier f sur le plan de la continuité.
- b) Esquisser le graphe de f .