

Dérivées V

On considère la famille de fonctions f_m définies par

$$f_m(x) = x^3 - mx^2 + mx - 1 \quad \text{où } m \in \mathbb{R}$$

- a) Montrer qu'il existe deux points A et B communs à tous les graphes des fonctions f_m .
- b) On choisit $m = -1$. Établir les variations de f_{-1} et tracer son graphe. Montrer que le point d'inflexion I de f_{-1} est le centre de symétrie de ce graphe.
- c) Étudier le sens de variation de f_m . Discuter selon les valeurs de m .
- d) Calculer les coordonnées du point d'inflexion I_m de f_m en fonction de m . Établir l'équation du lieu géométrique des points I_m lorsque m varie dans $\mathbb{R}$.
- e) Soit γ la courbe d'équation $y = x^2 - 1$. Donner le nombre de points d'intersection de γ et du graphe de f_m selon les valeurs de m . Déterminer les valeurs de m pour lesquelles γ et le graphe de f_m sont tangents.