

Trigonométrie II

I. Démontrer que :

a) $\forall x \in \mathbb{R}, \quad \sin^6(x) + \cos^6(x) - 2\sin^4(x) - \cos^4(x) + \sin^2(x)$
est une constante que l'on déterminera.

b) $\forall x \in \mathbb{R}, \quad \cos(x) + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{4\pi}{3}\right) = 0.$

II. Déterminer m pour que l'équation

$$\sin(x) + m \cos(x) = m, \quad m \in \mathbb{R}$$

admette deux solutions dont la somme vaut $\frac{\pi}{3}$.

III. Dans un triangle ABC on a :

$$\sin(\beta) = \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad c = 2b.$$

Montrer que le triangle est rectangle et que $a = b\sqrt{3}$.

IV. Résoudre les équations ou inéquation suivantes :

a) $\sin(7x) - \sin(x) = \sin(3x)$

b) $|\tan(2x)| < \sqrt{3}$ (solutions dans $[0; 2\pi]$)

c) $\tan^2(x) + \cot^2(x) = \tan(x) + \cot(x)$

d) $\cos^3(x) + \sin^3(x) = 1$

Marquer les solutions sur le cercle trigonométrique.